अध्याय 3

# पूर्ण संख्याएँ

**3.1** हम दैनिक जीवन में रोज कई वस्तुओं को गिनते हैं जैसे आपके 3 दोस्त हैं, खेत में 6 गायें चर रही है आपकी कक्षा में 25 बच्चे हैं आदि।

मनुष्य ने गणना का कार्य हजारों वर्ष पूर्व ही करना प्रारम्भ कर दिया था। हम गणना सदैव संख्या 1 से शुरू करते हैं। अधिक से अधिक हम कहाँ तक गिन सकते हैं?

रमेश ने कहा 100 तक।

**सीमा :** क्यों 100 के बाद 101 भी तो होता है।

(रमेश ने मन ही मन आगे गिनना शुरू किया तब उसे महसूस हुआ कि 100 के बाद 200, 300 .... आएँगे)

तब उसने कहा 1000 तक।

**सीमा :** परन्तु उसके आगे 2000, 3000, 4000 ..... आते हैं।

(रमेश फिर आगे गिनना प्रारम्भ कर सबसे बड़ी संख्या सोचता है परन्तु उत्तर ना पाकर परेशान हो जाता है)

**रमेश :** अब तुम ही बता दो कहाँ तक गिन सकते हैं?

**सीमाः** मैं भी सोच रही हूँ परन्तु अन्तिम संख्या क्या होगी यह तो मुझे भी नहीं पता।

हम संख्या 1 से गिनना प्रारम्भ करते हैं। इस प्रकार 1 प्रथम प्राकृत संख्या है अगली प्राकृत संख्या 2 है जो प्रथम संख्या में 1 जोड़ने पर प्राप्त होती है। 2 में 1 जोड़ने पर 3, अर्थात् तीसरी प्राकृत संख्या प्राप्त होती है। वस्तुतः किसी भी प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर अगली प्राकृत संख्या प्राप्त होती है जिसे हम उस संख्या की उत्तरवर्ती या परवर्ती संख्या कह सकते हैं। इस प्रकार 99 + 1 = 100 जो कि 99 की उत्तरवर्ती या परवर्ती संख्या है। यानि प्राकृत संख्याओं का समूह ऐसी संख्याओं का समूह है जो क्रम से एक–एक करके बढ़ता जाता है।

यदि आपसे यह पूछा जाए कि प्राकृत संख्याएँ कितनी है तो आप सोच में पड़ जाएँगे। क्या आप प्राकृत संख्याओं को गिनकर बता सकते हैं कि ये कितनी हैं? शायद नहीं।

यदि हम 1, 2, 3 ......100, 101 ..... 999... 1001 गिनना प्रारंभ करें और गिनते चले जाएँ तो क्या इसका कहीं अन्त होगा? नहीं प्राकृत संख्याएँ अनन्त हैं। जिसे संख्याओं के आगे तीन बिन्दु लगाकर प्रदर्शित करते हैं 1, 2, 3... प्राकृत संख्याओं के समूह को N से प्रदर्शित करते हैं।

अतः $N = \{1, 2, 3, ...\}$

### 3.1.1 प्राकृत संख्याओं के गुण

1. सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 है।
2. प्राकृत संख्या में 1 जोड़ने पर अगली प्राकृत संख्या प्राप्त होती है जैसे 18 + 1 = 19
3. 1 को छोड़कर प्रत्येक प्राकृत संख्या में से यदि 1 घटाएँ तो पिछली संख्या (पूर्ववर्ती) प्राप्त होती है, जैसे 18 – 1 = 17
4. प्राकृत संख्याएँ अनन्त हैं, अतः सबसे बड़ी प्राकृत संख्या नहीं लिखी जा सकती।

5. सबसे छोटी प्राकृत संख्या 1 में से 1 घटाने पर प्राकृत संख्या प्राप्त नहीं होती अर्थात् शून्य (0) प्राकृत संख्या नहीं है।

## 3.2 पूर्ण संख्याएँ

निम्न सारणी में खाली स्थान में उपयुक्त संख्या भरिए।

| पूर्ववर्ती प्राकृत संख्या | प्राकृत संख्या | अग्र (परवर्ती प्राकृत संख्या) |
|---|---|---|
| 13–1 = 12 | 13 | 13 + 1 = 14 |
| | 55 | – |
| 99 | 100 | 101 |
| – | 200 | – |
| – | 10 | 11 |
| – | 1 | |

तालिका 3.1

कौन सी संख्या की कोई प्राकृत पूर्ववर्ती संख्या नहीं है?

संख्या 1 की कोई प्राकृत पूर्ववर्ती नहीं है। हम 1 की पूर्ववर्ती संख्या के रूप में शून्य (0) को लेते हैं इसे प्राकृत संख्या के समूह में जोड़ लेते हैं तो यह नया समूह बनता है

(0,1,2,3,...)

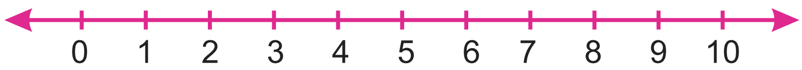
इसे पूर्ण संख्याओं का समूह कहते हैं इसे **W** से व्यक्त किया जाता है अतः

**W** = {0,1,2,3,...}

आपके पिताजी 6 केले लेकर आए। आपके घर में 6 सदस्य हैं। सभी ने एक–एक केला खा लिया अब आपके पास कितने केले बचे ?
आप कहेंगे– कुछ नहीं।
पाँच चिड़िया पेड़ पर बैठी थी। एक–एक करके सब उड़ गई, तो बताओ कितनी बची ? आप कहेंगे– कुछ नहीं।
विचार कीजिए और बताइए
6–6 = –– या 5–5=–– या 10–10=––
क्या होगा ?

### 3.2.1 पूर्ण संख्याओं को संख्या रेखा पर दर्शाना

पूर्ण संख्याओं को एक संख्या रेखा पर दिखाने के लिए अपनी उत्तर पुस्तिका में एक सरल रेखा खींचिए जिसमें समान दूरी पर कई चिह्न लगे हों।




इसमें प्रारंभिक बिन्दु को शून्य (0) से दिखाएँ। शून्य के दाईं ओर के बिन्दुओं पर क्रमशः 1,2,3, इत्यादि संख्याएँ लिखें। क्या संख्या रेखा को देखकर आप बता सकते हैं कि कौन सी संख्या बड़ी है? इसके लिए सोचिए कि किसी संख्या के बाईं ओर की संख्या इस संख्या से बड़ी होगी या छोटी?

### 3.2.2 पूर्ण संख्याओं के गुण

1. प्राकृत संख्याओं के सभी गुण पूर्ण संख्याओं के लिए भी सही है।
2. सबसे छोटी पूर्ण संख्या शून्य (0) है।
3. संख्या रेखा पर 0 से दाहिनी ओर क्रमशः पूर्ण संख्या बढ़ते क्रम में दिखाई गई है अर्थात्
   0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2... 101 + 1 = 102, 102 + 1 = 103, 103 + 1 = 104... इत्यादि।

निम्नलिखित तालिका को देखकर सही या गलत बताइए।

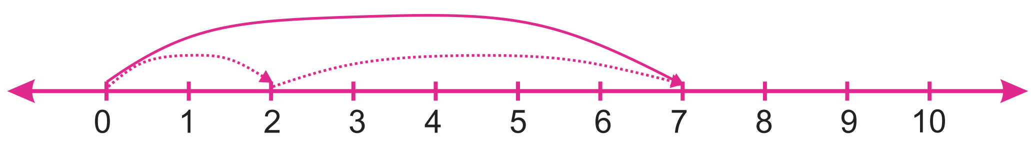
| क्र.सं. | संख्याएँ | संख्या रेखा पर स्थिति | संख्याओं में संबंध | सही / गलत |
|---|---|---|---|---|
| 1. | 12, 8 | 8 के दाहिने ओर 12 | 12 > 8 | |
| 2. | 3, 10 | 10 के बाईं ओर 3 | 10 < 3 | |
| 3. | 66, 45 | 45 के दाहिनी ओर 66 | 66 > 45 | |
| 4. | 236, 190 | 236 के बाईं ओर 190 | 190 < 236 | |
| 5. | 1001, 1010 | 1001 के दाहिनी ओर 1010 | 1010 > 1001 | |

तालिका 3.2

### 3.2.3 संख्या रेखा पर पूर्ण संख्याओं की संक्रियाएँ

पूर्ण संख्याओं पर साधारण जोड़, घटाव, गुणा और भाग की संक्रियाओं को संख्या रेखा पर करने का अभ्यास करें।

**संख्या रेखा पर जोड़ना** – आइए 2 और 5 का जोड़ करें –

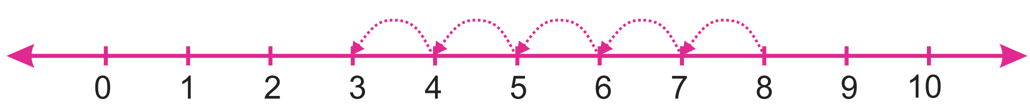



संख्या रेखा पर 2 से शुरू करके हम 2 से 5 इकाई दाईं ओर बढ़ते हैं और 7 पर पहुँचते हैं अतः 2+5=7 (अलग–अलग संख्याएँ लेकर अभ्यास करें)

संख्या रेखा पर जब दो संख्याओं को जोड़ते हैं तो पहले एक संख्या से आरंभ करते हुए दूसरी संख्या की इकाईयों तक पहुँचते हैं। हमें अभीष्ट योग प्राप्त होता है।

**संख्या रेखा पर घटाना –**

यह संक्रिया योग की संक्रिया की विपरीत दिशा में होगी। यदि 8 में से 5 को घटाना है तो –

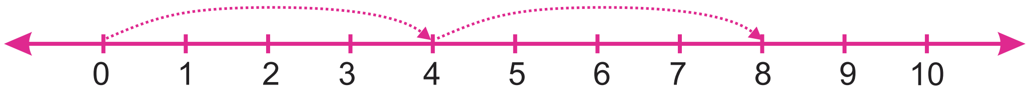



8 – 5 = 3 आप भी अलग–अलग संख्याएँ लेकर अभ्यास कीजिए।

## संख्या रेखा पर गुणनफल

अब संख्या रेखा पर पूर्ण संख्याओं का गुणनफल करेंगे।

2 x 4 का मान ज्ञात करेंगे। इसे हम (2 बार 4) के रूप में लिख सकते हैं।




संख्या रेखा पर 0 से आरंभ करते हुए एक बार में 4 तक पहुँचेंगे। पुनः चार कदम आगे बढ़ते हुए दूसरी बार में 8 तक पहुँचते हैं अर्थात् 2 x 4 = 8 हुआ।

## प्रश्नावली 3.1

1. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।
   - (i) 55 की पूर्ववर्ती संख्या ... होगी।
   - (ii) 100 की पूर्ववर्ती संख्या ... होगी।
   - (iii) 305 की पूर्ववर्ती संख्या ... और परवर्ती संख्या ... होगी।
   - (iv) प्राकृत संख्याओं में ... को शामिल करने से पूर्ण संख्याएँ बनती हैं।
   - (v) 1 की पूर्ववर्ती संख्या ... होगी।

2. निम्नलिखित संख्याओं की पूर्ववर्ती संख्याएँ लिखिए।

   (i) 1203 (ii) 2406 (iii) 3555 (iv) 4444

3. निम्नलिखित संख्याओं की उत्तरवर्ती संख्याएँ लिखिए।

   (i) 2304 (ii) 3611 (iii) 4000 (iv) 5060

4. निम्न संख्याओं की पूर्ववर्ती एवं उत्तरवर्ती दोनों संख्याएँ लिखिए।

   (i) 189 (ii) 199 (iii) 209 (iv) 300

5. सबसे छोटी पूर्ण संख्या कौन सी है?

6. निम्न कथनों में से सत्य के आगे (✔) एवं असत्य के आगे (✖) का चिन्ह लगाइए–
   - (i) समस्त प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ हैं।
   - (ii) संख्या 1 सबसे छोटी पूर्ण संख्या है।
   - (iii) दो पूर्ण संख्याओं का योगफल सदैव पूर्ण संख्या होता है।

(iv) 245 + 450 = 450 + 245

(v) 1124 + 0 = 0

(vi) घटाने की संक्रिया योग संक्रिया की प्रतिलोम है।

(vii) 4 – 4 = 0 (एक पूर्ण संख्या है)

(viii) $7 - 7 \neq 0$

(ix) किन्हीं दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल पूर्ण संख्या होती है।

(x) किसी पूर्ण संख्या को शून्य से गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

(xi) किसी पूर्ण संख्या को 1 से गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

## 3.3 पूर्ण संख्याओं के गुण धर्म

### 3.3.1 संवृत गुण

नीचे दी गई संख्याओं को ध्यान से देखिए और विचार कीजिए।

6 + 2 = 8, एक पूर्ण संख्या

2 + 8 = 10, एक पूर्ण संख्या

0 + 5 = 05, एक पूर्ण संख्या

12 + 0 = 12, एक पूर्ण संख्या

7 + 6 = 13, एक पूर्ण संख्या

उक्त उदाहरणों में हमने देखा कि दो पूर्ण संख्याओं का योगफल एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। ऐसी कुछ और पूर्ण संख्याओं के जोड़े लीजिए। क्या उनका योग भी पूर्ण संख्या आता है?

क्या आप ऐसा कोई जोड़ा ढूँढ पाए जिनका योग पूर्ण संख्या ना हो? आप पाएँगें कि पूर्ण संख्याओं का योग सदैव एक पूर्ण संख्या आता है।

**इसलिए पूर्ण संख्याएँ योग के अन्तर्गत संवृत हैं।**

क्या पूर्ण संख्याएँ घटाव के लिए भी संवृत है ?

निम्न पर विचार करें

8 – 5 = 3 एक पूर्ण संख्या, 10 – 9 = 1 एक पूर्ण संख्या,

0 – 5 = (-5) एक पूर्ण संख्या नहीं, 6 – 0 = 6 एक पूर्ण संख्या,

13 – 17 = (-4) एक पूर्ण संख्या नहीं

दो पूर्ण संख्याओं का व्यवकलन (घटाव) एक पूर्ण संख्या हो भी सकती है और नहीं भी।

**अतः पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन (घटाव) के अन्तर्गत संवृत नहीं होती हैं।**

आइए इन्हें भी देखिए व सोचिए।

6 x 2 = 12 एक पूर्ण संख्या

4 x 5 = 20 एक पूर्ण संख्या

10 x 0 = 0 एक पूर्ण संख्या

0 x 8 = 0 एक पूर्ण संख्या

हम देखते हैं कि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल भी एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

**अतः हम कहेंगे कि पूर्ण संख्याएँ गुणन के अन्तर्गत संवृत होती है।**

भाग (विभाजन) की संक्रिया पर भी विचार करें

$12 \div 4 = 3$ एक पूर्ण संख्या

$7 \div 8 = \frac{7}{8}$ एक पूर्ण संख्या नहीं

$0 \div 5 = 0$ एक पूर्ण संख्या

$20 \div 25 = \frac{4}{5}$ एक पूर्ण संख्या नहीं

दो पूर्ण संख्याओं का भागफल एक पूर्ण संख्या हो भी सकती है और नहीं भी।

**अतः पूर्ण संख्याएँ भागफल के अन्तर्गत संवृत्त नहीं होती हैं।**

**करो और सीखो**

संवृत गुण (ClosureProperty)

| पूर्ण संख्याएँ | संक्रियाएँ | परिणाम | निष्कर्ष |
|---|---|---|---|
| 6 और 2 | योग | | |
| 0 और 5 | योग | | |
| 8 और 5 | घटाव | | |
| 13 और 17 | घटाव | | |
| 6 और 2 | गुणा | | |
| 0 और 8 | गुणा | | |
| 8 और 2 | भाग | | |
| 7 और 9 | भाग | | |

तालिका 3.3

### 3.3.2 शून्य द्वारा विभाजन

एक संख्या को किसी संख्या द्वारा विभाजित करने का अर्थ है उस संख्या को पहली संख्या में से बार–बार घटाना

$15 \div 5$ पर विचार कीजिए।

संख्या 15 में से 5 को तीन बार घटाने पर 0 मिलेगा।

अतः $15 \div 5 = 3$

आइए $4 \div 0$ का हल ज्ञात करने का प्रयत्न करते हैं।

(i) प्रत्येक बार घटाने पर हमें 4 पुनः प्राप्त होता है।

(ii) क्या यह प्रक्रिया कभी समाप्त होगी या नहीं?

अतः $4 \div 0$ को गणितीय भाषा में समझाना संभव नहीं है अतः हम कहेंगे यह अपरिभाषित है।

**निष्कर्ष : पूर्ण संख्याओं का शून्य से विभाजन परिभाषित नहीं है।**

### 3.3.3 क्रमविनिमेयता का गुण

आइए अब निम्न पर विचार करते हैं।

$8 + 7 = 15,$

$7 + 8 = 15$

इसी तरह

$19 + 15 = 34,$

$15 + 19 = 34$

अतः दो संख्याओं को किसी भी क्रम में जोड़ने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

आप 5 संख्या युग्म और लीजिए तथा तथ्य की जाँच कीजिए।

क्या किसी संख्या युग्म का योग क्रम बदलने से परिवर्तित होता है ? नहीं होता है।

**अतः हम यह कह सकते हैं पूर्ण संख्याएँ योग संक्रिया के लिए क्रम विनिमेय गुणधर्म का पालन करती है।**

$8 \times 5 = 40$

$5 \times 8 = 40$

$25 \times 10 = 250$

$10 \times 25 = 250$

अतः दो संख्याओं को बदलकर पुनः गुणा करने पर वही संख्या प्राप्त होती है।

यह भी करें

$8 - 3 = 5$ $\qquad 10 - 7 = 3$

$3 - 8 = ?$ $\qquad 7 - 10 = ...?$

व्यवकलन की संख्याओं का क्रम बदलने पर वही उत्तर प्राप्त नहीं होता है।

इसी प्रकार

$8 \div 2 = 4$ $\qquad 25 \div 5 = 5$

$2 \div 8 = ..?$ $\qquad 5 \div 25 = ...?$

भाग की संख्याओं का क्रम बदलने पर भी वहीं संख्या प्राप्त नहीं होती है।

**निष्कर्ष** अतः हम कह सकते हैं कि

**पूर्ण संख्याओं के लिए योग और गुणन दोनों के लिए क्रमविनिमेयता का गुण है।**

**पूर्ण संख्याओं के लिए व्यवकलन और भाग दोनों में ही क्रमविनिमेयता नहीं है।**

| पूर्ण संख्याएँ | संक्रियाएँ | परिणाम | निष्कर्ष |
|---|---|---|---|
| 7 और 8 | 7 + 8 = 15 | संख्याओं का क्रम बदलने पर योग वही प्राप्त होता है। | क्रम विनिमेयता है। |
| 8 और 7 | 8 + 7 = 15 | | |
| 9 और 6 | 9 - 6 = 3 | संख्याओं का क्रम बदलने पर वही संख्या प्राप्त नहीं होती है। | क्रम विनिमेयता नहीं है। |
| 6 और 9 | 6 - 9 = ? | | |
| 5 और 4 | 5 x 4 = 20 | संख्याओं का क्रम बदलने पर गुणनफल वही प्राप्त होता है। | क्रम विनिमेयता है। |
| 4 और 5 | 4 x 5 = 20 | | |
| 10 और 2 | 10 ÷ 2 = 5 | संख्याओं का क्रम बदलने पर वही संख्या प्राप्त नहीं होती है। | क्रम विनिमेयता नहीं है। |
| 2 और 10 | 2 ÷ 10 = ? | | |

### 3.3.4 सहचारिता का गुण

$(5+2)+4 = 7+4 = 11$

$5+(2+4) = 5+6 = 11$

$(7+9)+1 = 16+1 = 17$

$7+(9+1) = 7+10 = 17$

$(5+8)+7 = 13+7 = 20$

$5+(8+7) = 5+15 = 20$

योग की उपर्युक्त संक्रियाओं को ध्यान से देखें पूर्ण संख्याओं में पाए जाने वाले इस गुण को सहचारिता कहते हैं।

क्या व्यवकलन के लिए साहचर्यता का गुण लागू होगा? सोचिए।

एक अन्य उदाहरण देखिए

$(6 \times 3) \times 2 = 18 \times 2 = 36$

$6 \times (3 \times 2) = 6 \times 6 = 36$

अतः गुणन की क्रिया में भी पहली दो संख्याओं को गुणा कर तीसरी संख्या से गुणा करें तो कोई अन्तर नहीं आता है। आइए सहचारिता के नियम को विभाजन की संक्रिया में देखिए।

$(24 \div 6) \div 2 = 2$

$24 \div (6 \div 2) = 8$

अतः तीन पूर्णांकों में आपस में विभाजन करने पर परिणाम अलग–अलग प्राप्त होता है।

निष्कर्ष : **(i) योग एवं गुणन की संक्रियाओं में सहचारिता का गुण पाया जाता है।**

**(ii) व्यवकलन एवं विभाजन की संक्रियाओं में सहचारिता का गुण नहीं पाया जाता।**

**करो और सीखो**

अब आप कोई भी तीन–तीन संख्याओं के जोड़े लेकर क्रमशः योग एवं गुणन संक्रिया के लिए साहचर्य गुणधर्म की जाँच कीजिए।

### 3.3.5 योग पर गुणन का वितरण

4 x 6 = 24 को हम इस प्रकार भी लिख सकते हैं

4 x (4 + 2) = 24

(4 x 4) + (4 x 2) = 24 या 4 x (4 + 2) = 24

इसी प्रकार आप इन संख्याओं को भी ध्यान से देखिए।

8 x (3 + 9) = (8 x 3) + (8 x 9)

इसे योग पर गुणन का वितरण या बंटन गुण (Distributive property) कहते हैं।

### 3.3.6 तत्समक अवयव

**योग एवं गुणन के लिए**

निम्नलिखित सारणी पर विचार कीजिए।

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 8 | + | 0 | = | 8 |
| 4 | + | 0 | = | 4 |
| 0 | + | 5 | = | 5 |
| 0 | + | 24 | = | 24 |
| 0 | + | .... | = | ... |

उपर्युक्त सारणी से यह स्पष्ट है कि जब हम किसी संख्या में शून्य (0) को जोड़ते हैं तो वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। इसी कारण शून्य को पूर्ण संख्याओं के योग के लिए तत्समक अवयव या तत्समक (Identity element) कहते हैं। शून्य को पूर्ण संख्याओं का योज्य तत्समक (additive Identity) कहते हैं।

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | x | 1 | = | 7 |
| 8 | x | 1 | = | 8 |
| 15 | x | 1 | = | 15 |
| 18 | x | 1 | = | 18 |
| ..... | x | 1 | = | ....... |

उपर्युक्त सारणी से स्पष्ट है कि जब हम किसी संख्या को 1 से गुणा करते हैं तो स्वयं वही पूर्ण संख्या प्राप्त होती है। इसी कारण 1 को पूर्ण संख्याओं के गुणन के लिए तत्समक अवयव या

तत्समक कहते हैं। 1 को पूर्ण संख्याओं के लिए गुणात्मक तत्समक (Multiplicative Identity) कहते हैं।

## प्रश्नावली 3.2

1. उपयुक्त क्रम में लगाकर योग ज्ञात कीजिए।

(i) 85 + 186 + 15 (ii) 175 + 96 + 25

(iii) 65 + 75 + 35 (iv) 55 + 86 + 45

2. उपयुक्त क्रम (नियम) लगाकर गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) 4 x 1225 x 25 (ii) 4 x 158 x 125

(iii) 4 x 85 x 25 (iv) 8 x 20 x 125

3. निम्नलिखित में प्रत्येक का मान वितरण नियम द्वारा ज्ञात कीजिए।

(i) 185 x 25 + 185 x 75 (ii) 4 x 18 + 4 x 12

(iii) 54279 x 92 + 8 x 54279 (iv) 12 x 8 + 12 x 2

4. उपयुक्त गुणों का प्रयोग करके गुणनफल ज्ञात कीजिए।

(i) 185 x 106 (ii) 208 x 185

(iii) 54 x 102 (iv) 158 x 1008

5. मिलान कीजिए।

| | |
|---|---|
| (i) 2 + 8 = 8 + 2 | (a) गुणन की क्रम विनिमेयता |
| (ii) 8 x 90 = 90 x 8 | (b) जोड़ की क्रम विनिमेयता |
| (iii) 885 x (100 + 45) = 885 x 100 + 885 x 45) | (c) गुणा का साहचर्य नियम |
| (iv) 5 x (4 x 28) = (5 x 4) x 28 | (d) योग पर गुणन का वितरण नियम |

6. यदि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल शून्य है तो क्या हम कह सकते हैं कि इनमें से एक या दोनों ही शून्य होने चाहिए? उदाहरण देकर अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

7. यदि दो पूर्ण संख्याओं का गुणनफल 1 है तो क्या हम कह सकते हैं कि इनमें से एक या दोनों ही 1 के बराबर होनी चाहिए? उदाहरण देकर अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

8. वितरण विधि से ज्ञात कीजिए।

(i) 138 x 101 (ii) 125 x 400 (iii) 608 x 35

9. निम्नलिखित में से किसमें शून्य निरूपित नहीं होगा।

(i) 1 + 0 (ii) 0 x 0 (iii) $\frac{0}{2}$ (iv) $10 - \frac{10}{2}$

10. सही उत्तर का क्रमाक्षर दिए गए कोष्ठक में लिखिए।

(i) निम्नलिखित में जोड़ का क्रम विनिमेय नियम किसमें है?

(a) 5 x 8 = 8 x 5 (b) (2 x 3) x 5 = 2 x (3 x 5)

(c) (12 + 8 ) + 10= (2 + 8) +10 (d) 15 + 8 = 8 + 15 ( )

(ii) निम्नलिखित में से गुणन की क्रमविनिमेयता नियम किसमें है?

(a) 10 x 20 = 20 x 10 (b) 10 x 10 = 20 x 20

(c) (10 x 20) = 10 x 1 (d) 10 + 20 = 10 x 20 ( )

## हमने सीखा

1. प्राकृत संख्याएँ वे संख्याएँ है जिनका प्रयोग गिनने के लिए करते है, जैसे 1, 2, 3.......
2. यदि प्राकृत संख्या में 1 जोड़ते है तो इसका परवर्ती मिलता है। किसी प्राकृत संख्या में से 1 घटाते हैं तो इसका पूर्ववर्ती प्राप्त होता है।
3. प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक परवर्ती होता है।
4. 1 को छोड़कर प्रत्येक प्राकृत संख्या का एक पूर्ववर्ती प्राकृत संख्याओं में ही होता है।
5. यदि प्राकृत संख्याओं के संग्रह 1, 2, 3.... में संख्या 0 को मिला दिया जाए तो हमें पूर्ण संख्याओं का संग्रह 0, 1, 2, 3.... प्राप्त होता है।
6. प्रत्येक पूर्ण संख्या का एक परवर्ती होता है। 0 को छोड़कर प्रत्येक पूर्ण संख्या का पूर्ववर्ती होता है।
7. सभी पूर्ण संख्याएँ प्राकृत संख्याएँ नहीं होती लेकिन सभी प्राकृत संख्याएँ पूर्ण संख्याएँ है।
8. एक रेखा लेते हैं जिस पर एक बिन्दु 0 अंकित करते है। 0 के दाईं ओर समान अन्तराल (दूरी) पर बिन्दु अंकित कर क्रमशः 1, 2, 3... नामांकित करते हैं जिसे संख्या रेखा कहते हैं। संख्या रेखा पर आसानी से जोड़, व्यवकलन और गुणा जैसी संक्रियाएँ कर सकते हैं।
9. संख्या रेखा पर दाईं ओर चलने पर संगत योग प्राप्त होता है जबकि बाईं ओर चलने पर संगत व्यवकलन प्राप्त होता है। शून्य (0) से प्रारम्भ करके समान दूरी के कदम से गुणा प्राप्त होता है।
10. पूर्ण संख्याएँ योग और गुणनफल के अंतर्गत संवृत नहीं हैं।
11. शून्य से भाग परिभाषित नहीं हैं।
12. पूर्ण संख्याओं के योग के लिए तत्समक अवयव या तत्समक शून्य होता है तथा पूर्ण संख्या 1 को पूर्ण संख्याओं के गुणन के लिए तत्समक कहते है।
13. पूर्ण संख्याओं के लिए योग और गुणन क्रम विनिमेय हैं।
14. पूर्ण संख्याओं के लिए योग और गुणन साहचर्य हैं।