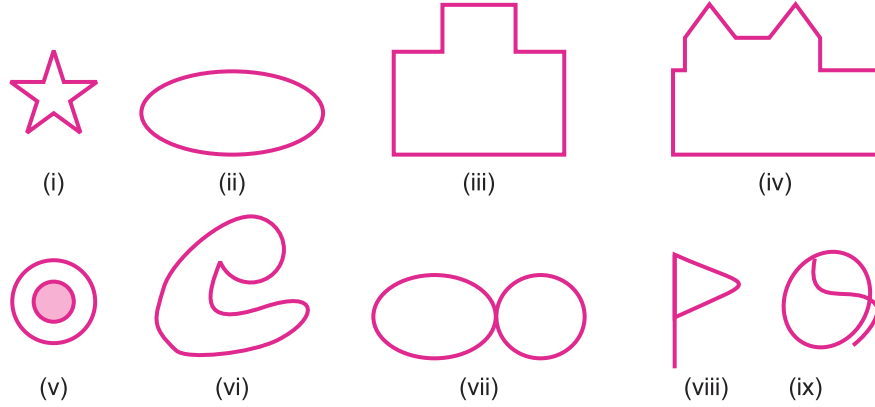


अध्याय 9

सरल द्विविमीय आकृतियाँ

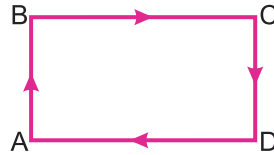
9.1 हम अपने चारों ओर कई वस्तुएँ देखते हैं। उनमें से कुछ वस्तुओं के पृष्ठ समतल जबकि कुछ के असमतल होते हैं।

नीचे कुछ समतलीय आकृतियों के चित्र दिए गए हैं उन्हें ध्यान से देखिए।



आकृति 9.1

ऐसी आकृति जिसमें पेन्सिल एक बिन्दु से चलना प्रारम्भ कर बिना उसे काटे और बिना पेन्सिल उठाए पूरी आकृति पर चलाई जा सके वह आकृति सरल आकृति कहलाती है। जैसे



आकृति 9.2

दी गई आकृति में बिन्दु A से चलकर बिना पेन्सिल उठाए और रेखाओं को काटे बिना क्रमशः B, C व D होते हुए पूरी आकृति बनाई जा सकती है। अतः आकृति सरल आकृति है वहीं आकृति (v) में आकृति बिना पेन्सिल उठाए नहीं बनाई जा सकती और आकृति (i) में इसे रेखाओं को काटे बिना बनाना संभव नहीं है। अतः ये जटिल आकृतियाँ हैं। क्या ऐसी और जटिल आकृतियाँ आकृति 9.1 में हैं ?

9.2 खुली एवं बन्द आकृतियाँ

विद्यालय में बच्चे शेर और मेमना का खेल, खेल रहे थे। बच्चों ने एक दूसरे का हाथ पकड़ कर एक बड़ा सा गोला बना लिया था। यह गोला एक पिंजरा था। एक बच्चा शेर बनकर इस गोले (पिंजरा) के इर्द गिर्द दौड़ रहा था और एक नन्हा बच्चा मेमना बना था वह पिंजरे के अन्दर सुरक्षित था। शेर अन्दर घुसने का रास्ता देख रहा था लेकिन घुस नहीं पा रहा था। आप बताइए ऐसा क्यों हो रहा था?

मैं कहाँ से अन्दर जाऊँ मुझे रास्ता नहीं दिख रहा है।

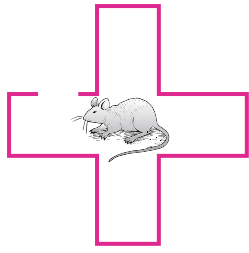
अगर एक भी हाथ छूट गया तो शेर को गोले (पिंजरे) में जाने का रास्ता मिल जाएगा।

कोई भी शेर को अन्दर आने का रास्ता मत देना।



आकृति 9.3

नीचे प्रत्येक आकृति में चूहा है आप पता लगाओ कि चूहा किन-किन आकृतियों से बाहर निकल जाएगा—



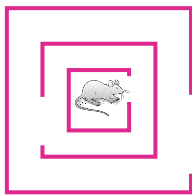
(i)



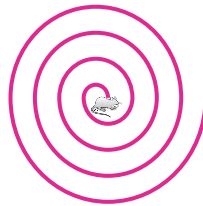
(ii)



(iii)



(iv)



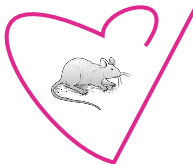
(v)



(vi)



(vii)



(viii)

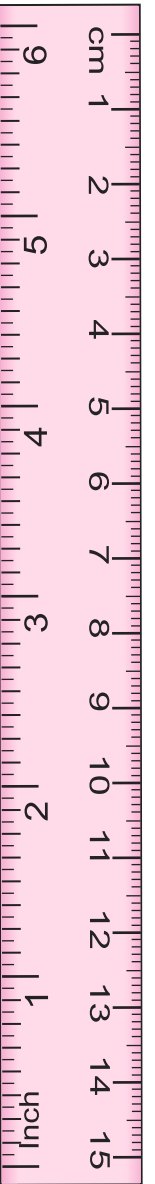


(ix)



(x)

आकृति 9.4

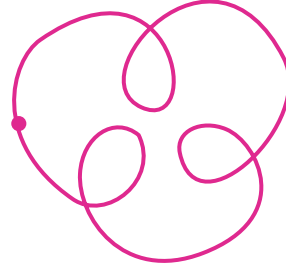


आकृति (ii), (iii), (ix) तथा (x) से चूहा बाहर नहीं निकल पा रहा है अतः ये बंद आकृतियाँ हैं। वे आकृतियाँ जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त होती हैं, बंद आकृतियाँ कहलाती हैं एवं वे जो अपने प्रारम्भिक बिन्दु पर समाप्त नहीं होती हैं, खुली आकृतियाँ कहलाती हैं।



इस चित्र में एक हिस्सा बन्द होते हुए भी यह बंद आकृति नहीं है क्योंकि इससे शुरुआती बिन्दु पर नहीं पहुँच सकते हैं।

लेकिन इस आकृति में तो आसानी से शुरुआती बिन्दु पर पहुँच सकते हैं इसलिए बंद आकृति हुई पर यह कई बिन्दुओं पर काटती है अतः यह बंद न होकर जटिल आकृति हुई।



क्या आप बता सकते हैं कि P किस प्रकार की आकृति है?

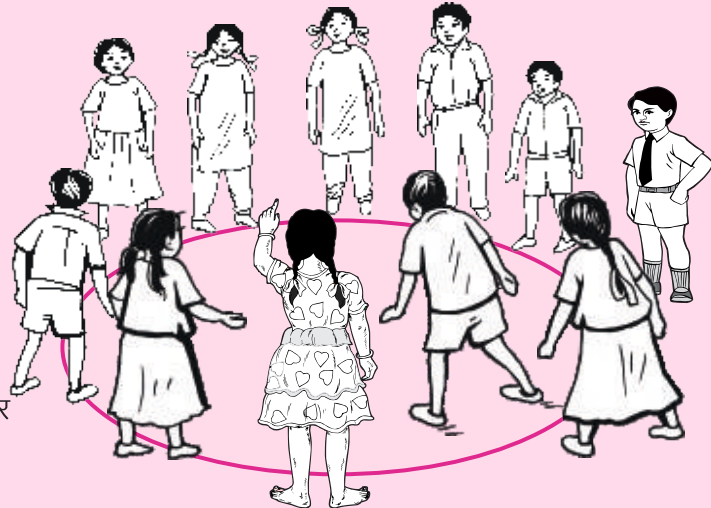


आकृति 9.5

नीर और तीर का खेल

नियम :

1. फर्श पर चॉक से एक गोल घेरा बनाइए।
2. नीर कहने पर घेरे के अन्दर कूदना है।
3. तीर कहने पर घेरे से बाहर कूदना है।
4. निर्देशों के अनुसार न करने पर खिलाड़ी आउट हो जाता है।

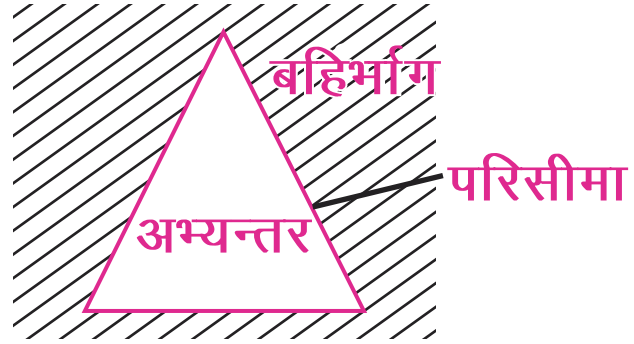


आकृति 9.6

उपर्युक्त आकृति में घेरे के अन्दर खड़े बच्चे घेरे के अभ्यन्तर भाग में, घेरे के बाहर खड़े बच्चे घेरे के बहिर्भाग में हैं व घेरे पर खड़े बच्चे घेरे की परिसीमा पर खड़े कहलाते हैं।

एक बंद आकृति से सम्बन्धित तीन भाग होते हैं—

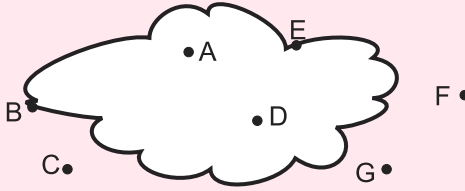
1. अभ्यन्तर (अन्दर का भाग)
2. बहिर्भाग (बाहरी भाग)
3. परिसीमा



आकृति 9.7

करो और सीखो

1. तीन बन्द एवं तीन खुली आकृतियों के चित्र बनाइए।
2. दिए गए चित्र में कौन-कौन से बिन्दु बन्द आकृति के अभ्यन्तर, बहिर्भाग एवं परिसीमा पर स्थित है।



प्रश्नावली 9.1

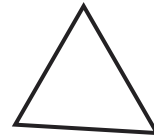
1. नीचे दी गई आकृतियों में खुली व बंद आकृतियाँ छाँटिए।



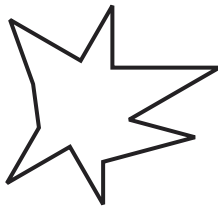
(i)



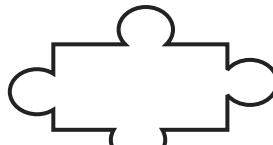
(ii)



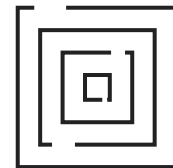
(iii)



(iv)

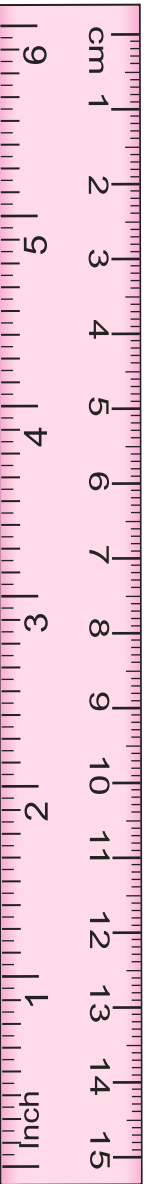


(v)

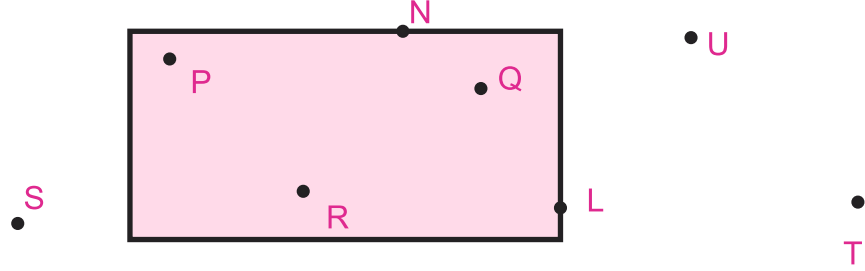


(vi)

2. अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों A से Z के मध्य की बंद आकृतियाँ बताइए।



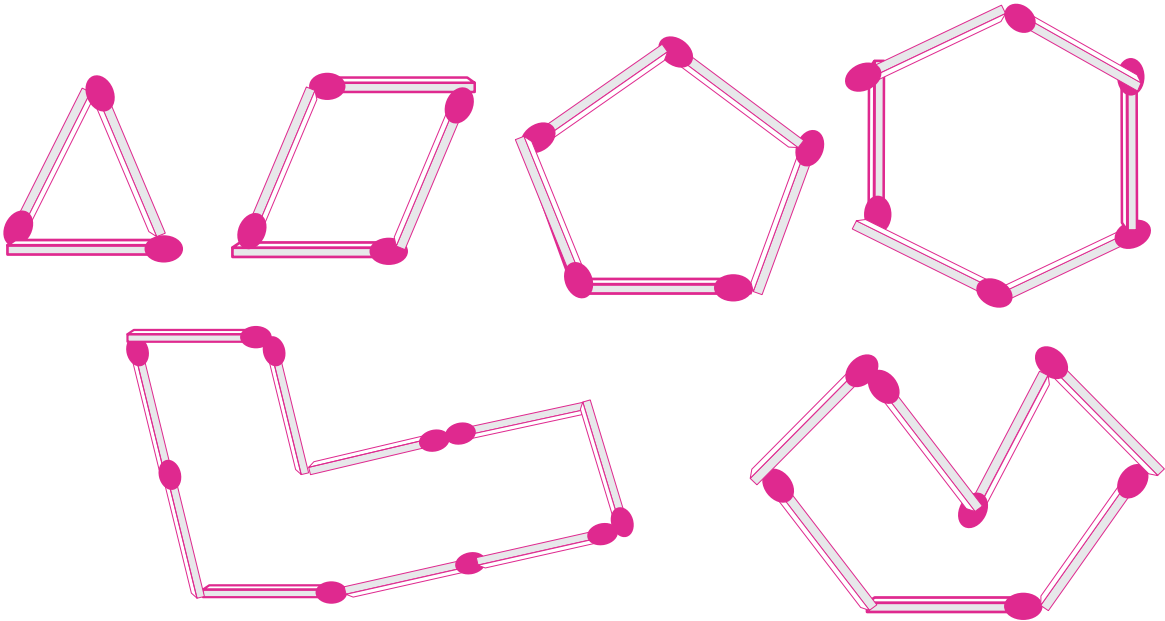
3. (i) आयत के अभ्यन्तर भाग में बने बिन्दु बताइए।
 (ii) ऐसे बिन्दु लिखिए जो आयत के बहिर्भाग में हैं।
 (iii) क्या N तथा L आयत की परिसीमा पर है?



4. निम्न आकृतियाँ संभव हो तो बनाइए।
 (i) एक बंद आकृति जो बहुभुज नहीं है।
 (ii) केवल रेखाखण्डों से बनी हुई खुली आकृति।
 (iii) दो भुजाओं वाला एक बहुभुज।
 (iv) चार भुजाओं वाला एक बहुभुज।
 5. पाँच बिंदुओं A, B, C, D, E को एक बहुभुज में इस प्रकार जमाइए कि –
 (i) बिन्दु A व C अभ्यन्तर में हो।
 (ii) बिन्दु B व D बहिर्भाग में हो।
 (iii) बिन्दु E परिसीमा पर हो।

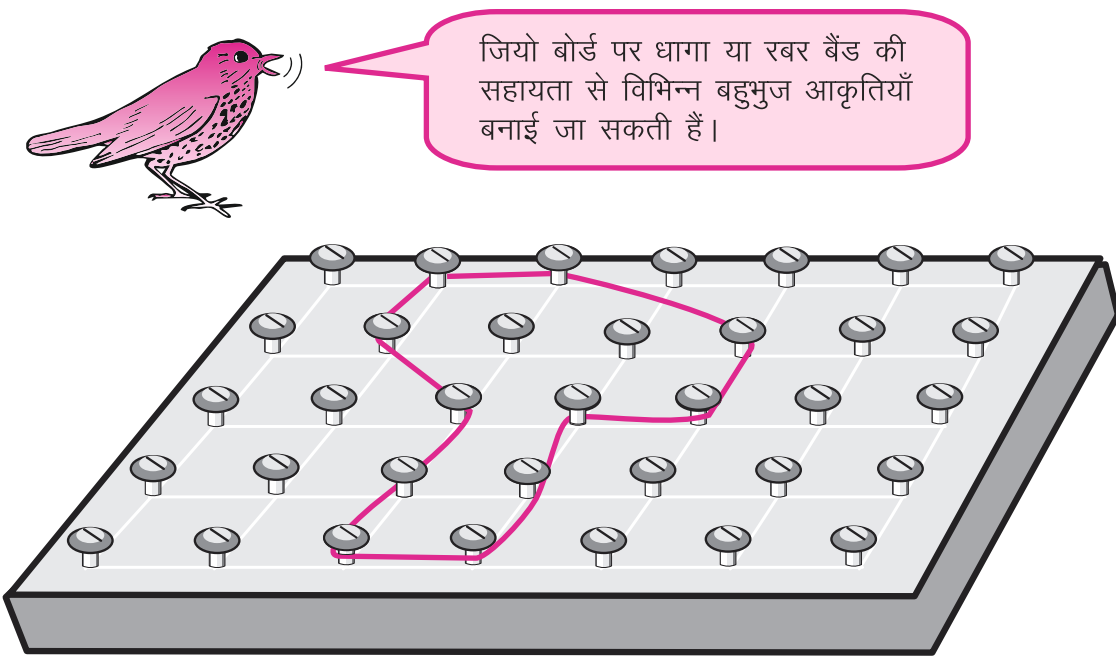
9.3 बहुभुज

माचिस की तीलियों को कार्डशीट पर चिपकाकर कुछ आकृतियाँ निम्न प्रकार बनाइए।





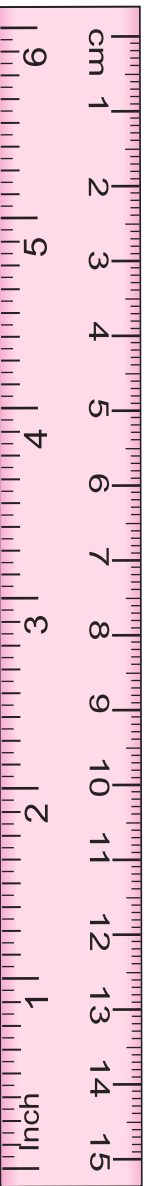
इस प्रकार की बंद आकृतियाँ जो तीन या तीन से अधिक भुजाओं द्वारा निर्मित हो उन्हें बहुभुज कहते हैं। बहुभुज जियो बोर्ड पर भी बनाए जा सकते हैं।

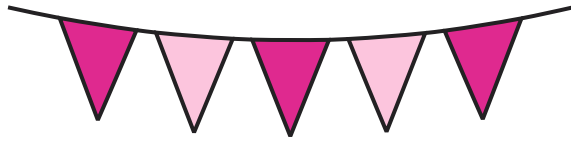
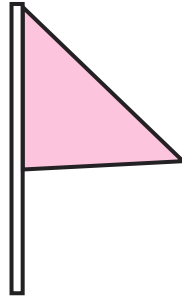
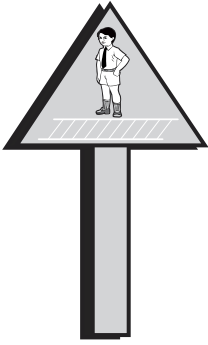
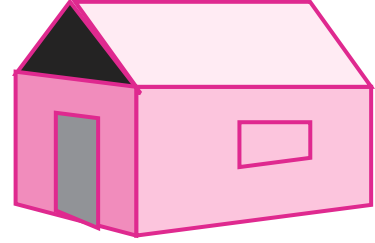


(जियो बोर्ड लकड़ी के तख्ते पर बराबर दूरी पर कीलें गाड़ कर बनाया जाता है) जियो बोर्ड पर बने बहुभुज को देखो इसमें कितनी भुजाएँ हैं? आप ऐसे और अलग-अलग भुजाओं के बहुभुज बनाइए।

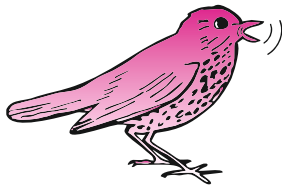
9.4 त्रिभुज

हमने माचिस की तीलियों से विभिन्न प्रकार के बहुभुजों का निर्माण किया था उनमें तीन तीलियों से जो बहुभुज बना था। इसे ध्यान से देखिए इसे त्रिभुज कहते हैं। नीचे दिए गए चित्रों में आपको त्रिभुज कहाँ-कहाँ दिखाई देता है?

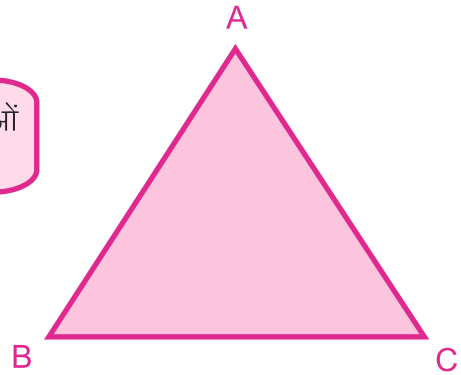




ऐसी आकृतियाँ जिनमें तीन भुजाएँ होती हैं एवं तीन कोण (तीन कोने) होते हैं, उन्हें त्रिभुज कहते हैं।



त्रिभुज सबसे कम भुजाओं वाला बहुभुज है।



9.4.1 त्रिभुज के अवयव

राधा जब विद्यालय, दुकान एवं चौराहे से होकर निकली एवं वापस विद्यालय पहुँची तो इस प्रकार की आकृति प्राप्त हुई।

(दुकान) D (चौराहा) E

इस त्रिभुजाकार आकृति में बिन्दु C, D, E त्रिभुज के शीर्ष हैं।

C से D की दूरी भुजा CD, D से E की दूरी भुजा DE व

E से C की दूरी भुजा EC कहलाती है। एवं शीर्ष C पर

बनने वाला कोण $\angle C$ ($\angle DCE$) शीर्ष D पर बनने वाला कोण

$\angle D$ ($\angle CDE$) एवं शीर्ष E पर बनने वाला कोण $\angle E$ ($\angle CED$)

कहलाता है।

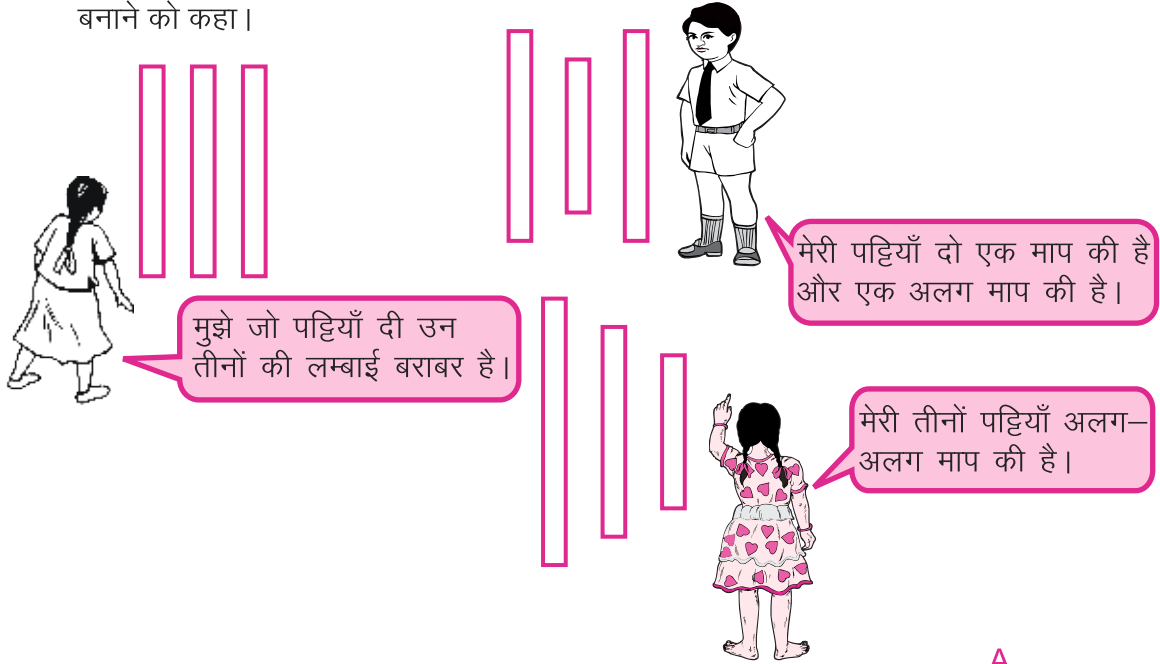
C (विद्यालय)

हम जानते हैं कि शीर्ष D पर बनने वाले कोण को हम $\angle CDE$ या $\angle EDC$ दोनों ही तरह से दर्शा सकते हैं।

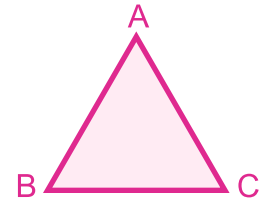
9.5 त्रिभुजों के प्रकार

9.5.1 भुजाओं के आधार पर

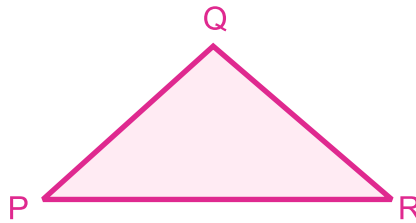
शिक्षक ने तीनों बच्चों को विभिन्न मापों की तीन-तीन बाँस की पट्टियाँ दी और बन्द आकृति (त्रिभुज) बनाने को कहा।



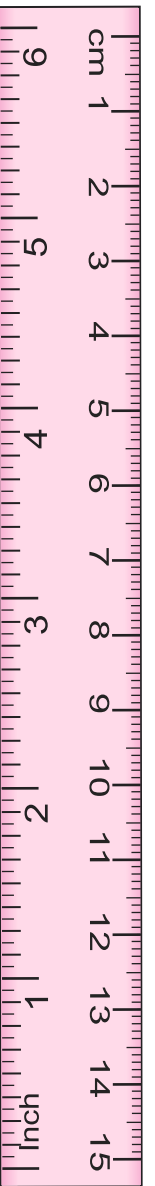
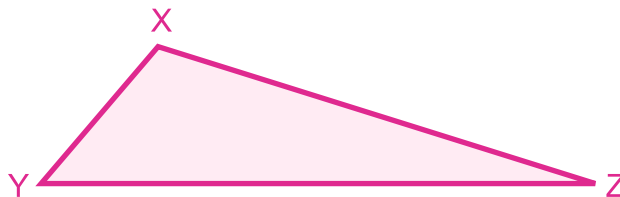
जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ बराबर हो उसे **समबाहु त्रिभुज** कहते हैं।
आकृति में $AB = BC = CA$



जिस त्रिभुज की दो भुजाएँ समान हो व एक भुजा अलग हो उसे **समद्विबाहु त्रिभुज** कहते हैं इस त्रिभुज में $PQ = QR \neq PR$



जिस त्रिभुज की तीनों भुजाएँ असमान हो उसे **विषमबाहु त्रिभुज** कहते हैं। इस आकृति में $XY \neq YZ \neq ZX$



करो और सीखो

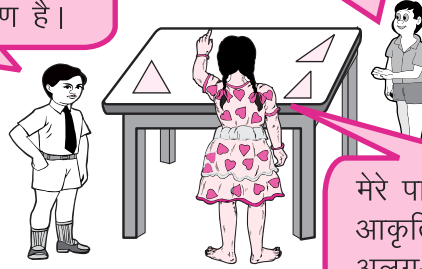
एक कार्ड शीट पर केवल माचिस की तीलियों को चिपका कर समबाहु, समद्विबाहु व विषमबाहु त्रिभुज बनाइए।

9.5.2 कोणों के आधार पर

दृष्टा में विद्यार्थियों ने आज कागज से अलग-अलग प्रकार की त्रिभुजाकार आकृतियाँ बनाईं।

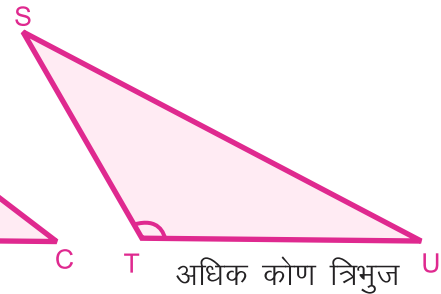
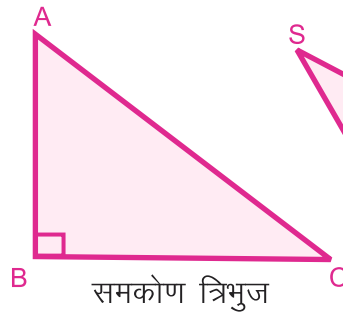
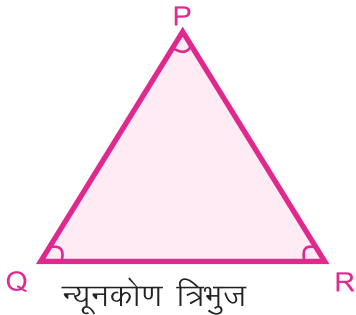
मैंने जो त्रिभुजाकार आकृति काटी उसके कोणों को अलग-अलग मापा तो वे न्यून कोण है।

मेरे पास जो त्रिभुजाकार आकृति है उसके कोणों में एक अधिक कोण है बाकी सभी न्यूनकोण है।



मेरे पास जो त्रिभुजाकार आकृति है उसके कोणों को अलग-अलग मापा तो एक समकोण बाकी न्यूनकोण है।

- वह त्रिभुज जिसके तीनों कोण न्यूनकोण हो वह **न्यूनकोण त्रिभुज** कहलाता है।
- वह त्रिभुज जिसमें एक कोण समकोण हो वह **समकोण त्रिभुज** कहलाता है।
- वह त्रिभुज जिसमें एक कोण अधिक कोण हो वह **अधिक कोण त्रिभुज** कहलाता है।

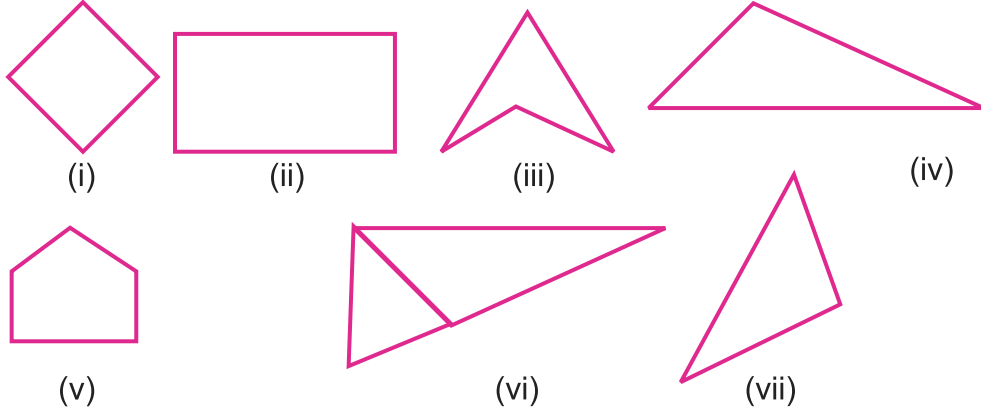


करो और सीखो

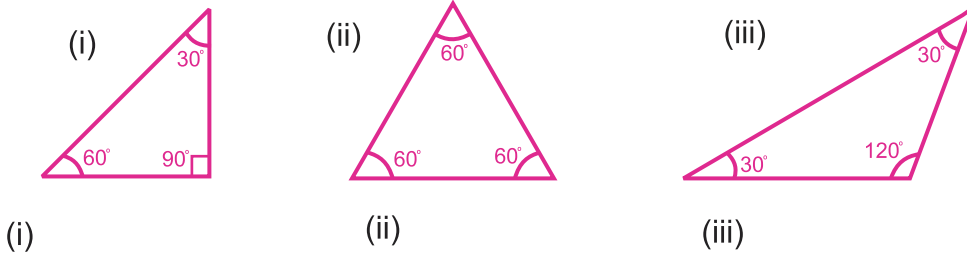
- किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ समान है तो क्या सभी कोण न्यूनकोण होंगे?
- विषमबाहु त्रिभुज का चित्र बनाकर उसके कोणों का माप लिखिए?
- क्या ऐसा त्रिभुज बनाया जा सकता है जिसमें दो समकोण हो? यदि हाँ तो बनाइए। यदि नहीं तो कारण बताएँ।

प्रश्नावली 9.2

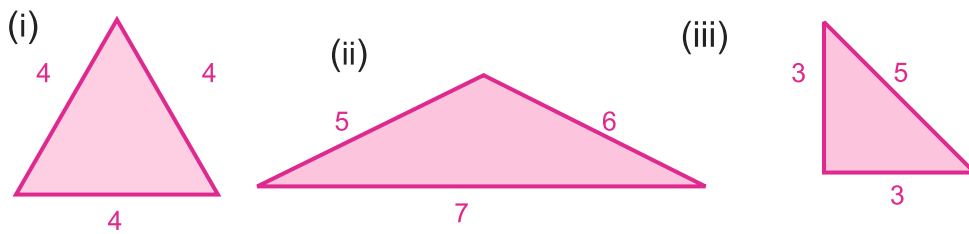
1. नीचे दी गई आकृतियों में से त्रिभुज छाँटिए।



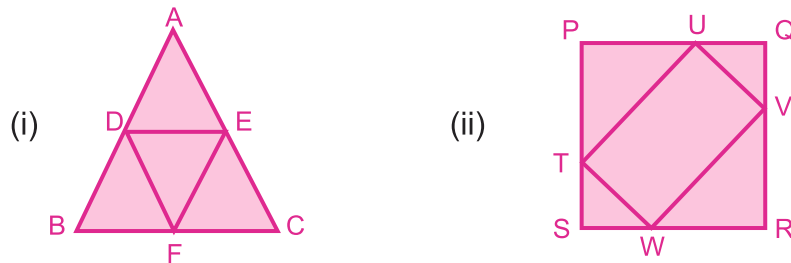
2. निम्न आकृतियों में त्रिभुजों के नाम कोणों के आधार पर लिखिए।



3. भुजाओं के आधार पर निम्न त्रिभुजों के प्रकार लिखिए।

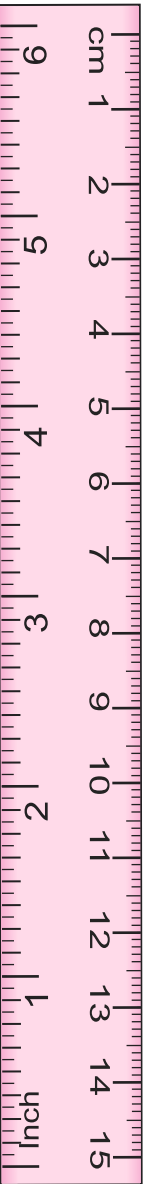


4. निम्नांकित आकृतियों में बने सभी त्रिभुजों के नाम लिखिए।



5. दिए गए कोणों के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार लिखिए।

- (i) $105^\circ, 46^\circ, 29^\circ$ (ii) $60^\circ, 60^\circ, 60^\circ$ (iii) $57^\circ, 33^\circ, 90^\circ$



6. दी गई भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों के प्रकार लिखिए।

- (i) 3.5 सेमी, 3 सेमी, 1.8 सेमी (ii) 2.8 सेमी, 2 सेमी, 2 सेमी (iii) 5.2 सेमी, 5.2 सेमी, 5.2 सेमी

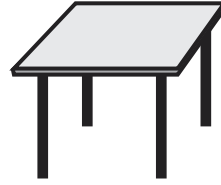
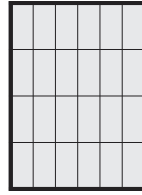
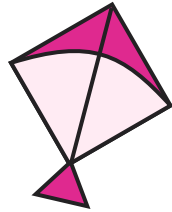
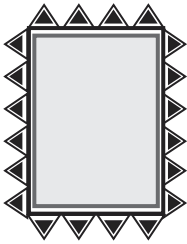
7. कोष्ठक में सही व गलत लिखिए।

- (i) किसी त्रिभुज में तीन कोण, तीन भुजा व तीन शीर्ष होते हैं। ()
 (ii) किसी त्रिभुज के तीनों कोण समकोण से कम हैं तो वह समकोण त्रिभुज कहलाता है। ()
 (iii) किसी त्रिभुज की तीनों भुजाएँ असमान हैं तो वह समबाहु त्रिभुज कहलाता है। ()
 (iv) किसी त्रिभुज की दो भुजाएँ समान हैं तो वह समद्विबाहु त्रिभुज कहलाता है। ()
 (v) किसी त्रिभुज में दो कोण न्यून कोण व एक कोण अधिक कोण है तो वह अधिक कोण त्रिभुज कहलाता है। ()

9.6 चतुर्भुज

आपने अपनी कक्षा में श्यामपट्ट देखा है उस श्याम पट्ट के कितने किनारे (भुजाएँ) हैं? ऐसी चार किनारों (भुजाओं) वाली और कौनसी आकृतियाँ आपने देखी है? इस प्रकार टेबल, सौ रूपये के नोट, बिस्किट के पैकेट की सतह आदि चार भुजाओं से बनी होती हैं। ऐसी सभी बहुभुज आकृतियाँ जिनमें चार भुजाएँ होती है, चतुर्भुज कहलाते हैं।

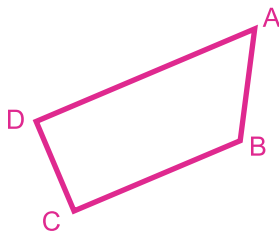
नीचे बने चित्रों में आपको कहाँ-कहाँ चतुर्भुज दिखाई दे रहे हैं?



इसका मतलब मेरे गाँव में ऐसी चार भुजाओं वाले खेत भी चतुर्भुज आकृति के हैं।



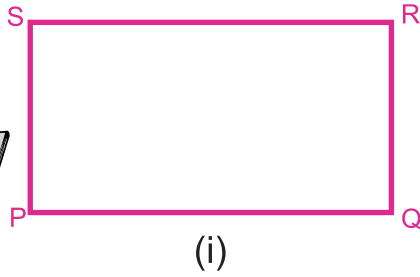
9.6.1 चतुर्भुज के अवयव : दिए गए चतुर्भुज के चित्र को देखकर बताइए इसमें



1. कितनी भुजाएँ हैं?
2. कितने शीर्ष हैं?
3. कितने कोण हैं?

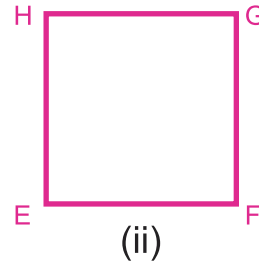
हम देखते हैं कि चतुर्भुज में क्रमशः AB, BC, CD, DA चार भुजाएँ हैं तथा इसके शीर्ष A, B, C व D हैं। चार कोण हैं जिनके नाम क्रमशः $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ तथा $\angle D$ हैं। AB के सामने भुजा DC एवं BC के सामने की भुजा AD है। ये भुजाएँ सम्मुख भुजाएँ कहलाती है। इसी प्रकार AB की आसन्न भुजाएँ (AB से जुड़ी हुई) AD व BC है इसी प्रकार चारों भुजाओं की आसन्न भुजाएँ लिखी जा सकती है। कोण $\angle A$ का सम्मुख कोण $\angle C$ व $\angle B$ का सम्मुख कोण $\angle D$ है एवं $\angle A$ का आसन्न कोण (समीप कोण) $\angle B$ व $\angle D$ है इसी प्रकार सभी शीर्षों के आसन्न कोणों का पता कीजिए।

सलमा और प्रीतम ने चतुर्भुजों की भुजाओं को समान करके दो प्रकार के चतुर्भुज बनाए।



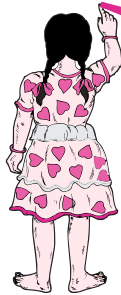
(i)

जब मैंने इस आकृति में भुजाओं के कोणों को मापा तो आमने सामने की भुजाएँ बराबर व सभी कोण समान हैं।



(ii)

इस आकृति में जब मैंने भुजाओं व कोणों को मापा तो भुजाएँ भी एक माप की व कोण भी समान हैं।



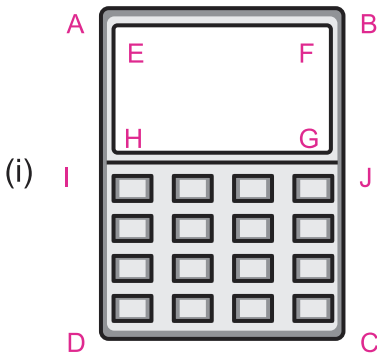
हाँ ये दोनों भी चतुर्भुज हैं क्योंकि इनमें भी चार भुजाएँ व चार कोण हैं। लेकिन ये विशेष प्रकार के चतुर्भुज हैं।

चूँकि आकृति (i) में भुजा PQ व भुजा SR एवं भुजा SP व भुजा RQ समान एवं $\angle P, \angle Q, \angle R$ व $\angle S$ समकोण हैं। ऐसा चतुर्भुज जिसमें आमने सामने की भुजाएँ बराबर हो व प्रत्येक कोण समकोण हो **आयत** कहलाता है।

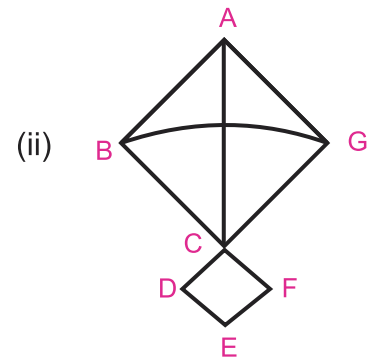
आकृति (ii) में भुजा EF, भुजा FG, भुजा GH व भुजा HE सभी समान व $\angle E, \angle F, \angle G$ व $\angle H$ समकोण हैं। ऐसा चतुर्भुज जिसमें सभी भुजाएँ समान हो व प्रत्येक कोण समकोण हो, **वर्ग** कहलाता है।

प्रश्नावली 9.3

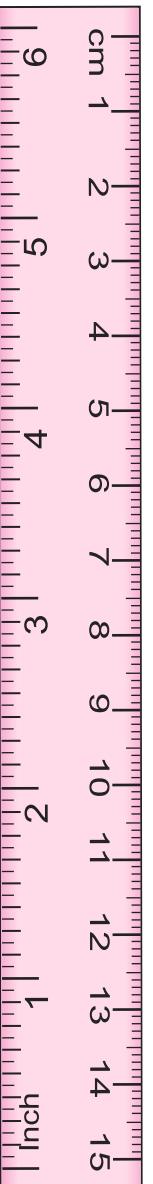
1. निम्न चित्रों में बनने वाले चतुर्भुजों के नाम लिखिए।



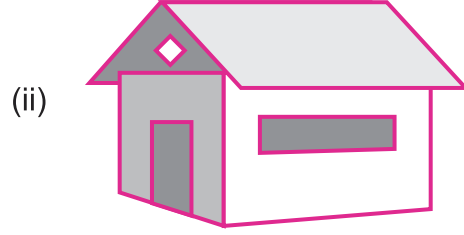
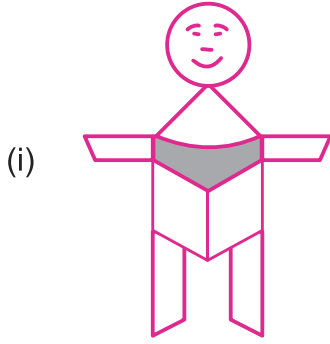
(i)



(ii)



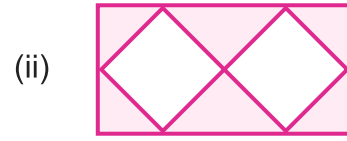
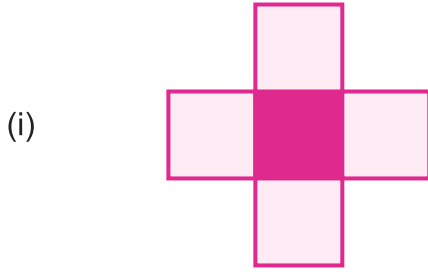
2. निम्न आकृतियों में बनने वाले कुल चतुर्भुजों की संख्या लिखिए।



3. चतुर्भुज KLMN बनाइए और बताइए।

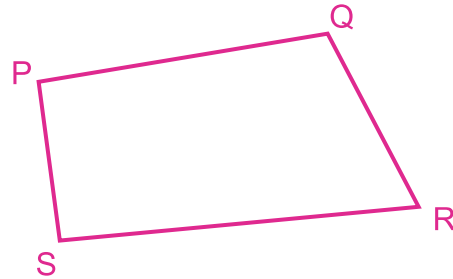
- सम्मुख भुजाओं के दो युग्म
- आसन्न भुजाओं के दो युग्म
- आसन्न कोणों के दो युग्म
- सम्मुख कोणों के दो युग्म

4. निम्नांकित आकृतियों में आयत एवं वर्गों की संख्या लिखिए।



5. दिए गए चतुर्भुज में बताइए।

- $\angle P$ का सम्मुख कोण
- $\angle R$ के आसन्न कोण
- भुजा QR की सम्मुख भुजा
- भुजा PS की आसन्न भुजाएँ
- चारों कोणों के नाम



6. कोष्ठक में सही गलत लिखिए।

- वह चतुर्भुज जिसकी प्रत्येक भुजा समान हो उसे आयत कहते हैं। ()
- एक वर्ग में प्रत्येक कोण समकोण होता है। ()
- आयत में आमने सामने की भुजाएँ समान नहीं होती है। ()
- वह चतुर्भुज जिसमें सम्मुख भुजाएँ समान हो आयत कहते हैं। ()

हमने सीखा

1. बंद आकृतियों का क्षेत्रफल एवं परिमाप ज्ञात किया जा सकता है।
2. बंद आकृति के अन्दर के भाग को अभ्यन्तर, किनारे पर स्थित भाग को परिसीमा तथा बाह्य भाग को बहिर्भाग कहते हैं।
3. तीन अथवा तीन से अधिक भुजाओं से घिरी आकृति को बहुभुज कहते हैं। तीन भुजाओं वाला बहुभुज त्रिभुज, चार भुजाओं वाला बहुभुज चतुर्भुज व इसी तरह अन्य बहुभुजों का नामकरण किया जाता है।
4. भुजाओं के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण क्रमशः विषमबाहु, समद्विबाहु व समबाहु है।
5. कोणों के आधार पर त्रिभुजों का वर्गीकरण न्यूनकोण, समकोण एवं अधिक कोण त्रिभुज है।
6. जिस चतुर्भुज के आमने सामने की भुजाएँ बराबर हो व प्रत्येक कोण समकोण हो वह आयत कहलाता है।
7. जिस चतुर्भुज की चारों भुजाएँ बराबर एवं प्रत्येक कोण समकोण हो वर्ग कहलाता है।

